

Elefterie PETRESCU
Ioan PELTEACU

MATEMATICĂ

CULEGERE DE EXERCII ȘI PROBLEME

TESTE DE EVALUARE NAȚIONALĂ

PENTRU CLASA A **VIII** -A

București, 2021



CUPRINS

| | |
|----------------------|---|
| TESTE INIȚIALE | 7 |
|----------------------|---|

ALGEBRĂ

| | |
|--|----|
| 1. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN \mathbb{R} | 13 |
| 1.1. Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor | 13 |
| 1.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor; intersecția și reuniunea intervalelor | 16 |
| 1.3. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$, ($\leq, <, >$), unde $a, b \in \mathbb{R}$ | 20 |
| <i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i> | 26 |
| 2. CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R} | 28 |
| 2.1. Operații cu numere reale reprezentate prin litere | 28 |
| 2.1.1. Adunarea și scăderea. Reducerea termenilor asemenea | 28 |
| 2.1.2. Înmulțirea și împărțirea | 31 |
| 2.1.3. Ridicarea la putere | 39 |
| 2.2. Formule de calcul prescurtat | 41 |
| 2.2.1. Distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere | 41 |
| 2.2.2. Produsul sumei cu diferența | 43 |
| 2.2.3. Pătratul unui binom sumă sau diferență | 47 |
| 2.2.4. Produsul a două binoame | 51 |
| 2.3. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în \mathbb{R} | 52 |
| 2.3.1. Metoda factorului comun și metoda grupării termenilor | 52 |
| 2.3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat | 54 |
| 2.3.3. Descompuneri în factori utilizând artificii de calcul și metode combinate | 59 |

CUPRINS

| | |
|---|-----|
| 2.4. Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ | 61 |
| 2.4.1. Ecuații de forma $ax^2 = 0$ | 61 |
| 2.4.2. Ecuații de forma $ax^2 + b = 0$ | 61 |
| 2.4.3. Ecuații de forma $ax^2 + x = 0$ | 62 |
| 2.4.4. Ecuații, forme incomplete | 63 |
| 2.4.5. Ecuații, forma completă | 67 |
| 2.4.6. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuației de gradul II | 69 |
| <i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i> | 70 |
| 2.5. Frații algebrice | 73 |
| 2.5.1. Amplificarea și simplificarea | 73 |
| 2.5.2. Operații cu fracții algebrice | 76 |
| <i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i> | 81 |
| 3. FUNCȚII | 83 |
| 3.1. Funcții definite pe mulțimi finite | 83 |
| 3.1.1. Funcții exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele sau formule | 83 |
| 3.1.2. Graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice | 87 |
| 3.2. Funcții de forma $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde a și $b \in \mathbb{R}$ și $D \subset \mathbb{R}$; interpretare geometrică; lecturi grafice | 91 |
| 3.3. Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale | 99 |
| <i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i> | 105 |

GEOMETRIE

| | |
|--|-----|
| 4. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU | 108 |
| 4.1. Puncte, drepte, plane | 108 |
| 4.1.1. Convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei, determinarea planului | 108 |
| 4.1.2. Relații între puncte, drepte și plane | 112 |

| | |
|--|-----|
| 4.2. Corpuri geometrice: reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări | 115 |
| 4.2.1. Piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat | 115 |
| 4.2.2. Prismă dreaptă, paralelipiped dreptunghic, cub | 119 |
| 4.2.3. Cilindru circular drept | 121 |
| 4.2.4. Con circular drept | 123 |
| <i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i> | 125 |
| 4.3. Paralelism | 127 |
| 4.3.1. Drepte paralele, dreaptă paralelă cu un plan | 127 |
| 4.3.2. Plane paralele, aplicații: secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate | 131 |
| 4.3.3. Unghiul a două drepte | 135 |
| 4.3.4. Trunchiul de piramidă și trunchiul de con circular drept (descriere și reprezentare) | 138 |
| <i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i> | 140 |
| 4.4. Perpendicularitate | 142 |
| 4.4.1. Drepte perpendiculare, dreaptă perpendiculară pe un plan | 142 |
| 4.4.2. Aplicații | 147 |
| <i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i> | 157 |
| 4.5. Teorema celor trei perpendiculare | 159 |
| 4.6. Proiecții ortogonale pe un plan | 162 |
| 4.6.1. Proiecții ortogonale de puncte, de segmente și de drepte pe un plan. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Aplicație: lungimea proiecției unui segment | 162 |
| 4.6.2. Unghi diedru, unghi plan corespunzător diedrului | 167 |
| 4.6.3. Unghiul a două plane; plane perpendiculare | 169 |
| 4.6.4. Aplicații: secțiuni diagonale, secțiuni axiale în corpurile studiate | 173 |
| <i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i> | 177 |

CUPRINS

| | |
|---|-----|
| 5. ARII ȘI VOLUME ALE UNOR CORPURI GEOMETRICE | 179 |
| 5.1. Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate (determinare prin calcul) | 179 |
| 5.2. Arii și volume ale unor corpuri geometrice | 181 |
| 5.2.1. Piramidă regulată (cu baza triunghi echilateral, pătrat sau hexagon regulat) | 181 |
| 5.2.2. Trunchi de piramidă regulată | 187 |
| 5.2.3. Prismă dreaptă (cu baza triunghi echilateral, pătrat sau hexagon regulat) | 193 |
| 5.2.4. Paralelipiped dreptunghic, cub | 196 |
| 5.2.5. Prisma hexagonală regulată | 200 |
| 5.2.6. Cilindru circular drept | 201 |
| 5.2.7. Con circular drept | 202 |
| 5.2.8. Trunchi de con circular drept | 204 |
| 5.3. Sfera: arie, volum | 206 |
| <i>Lucrări de evaluare a cunoștințelor</i> | 207 |
| 6. Modele de lucrări scrise (teze) | 209 |
| 7. Teste de Evaluare Națională | 217 |
| Indicații și răspunsuri | 256 |

Test de evaluare inițială 1

- Pentru rezolvarea corectă a tuturor cerințelor din Partea I și din Partea a II-a se acordă 90 de puncte. Din oficiu se acordă 10 puncte.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 50 minute.

Partea I

Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. (45 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $\frac{1}{30} : \left(-\frac{1}{20}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right)$ este:

- A. $-\frac{3}{10}$ B. 0,1 C. 0,1 D. $\frac{1}{6}$

5p 2. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \sqrt{72}; -3; \sqrt{16}; 1, (5); \sqrt{6\frac{1}{4}} \right\}$. Mulțimea

$M \cap \mathbb{Q}$ are un număr de elemente egal cu:

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

5p 3. Numărul $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - 2\sqrt{3})$ este egal cu:

- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. -3 D. $+3$

5p 4. O persoană cheltuiește 25 % din 400 lei. Persoana a cheltuit:

- A. 250 lei B. 200 lei C. 100 lei D. 25 lei

5p 5. Soluția reală a ecuației $2x + 3 = 6x - 1$ este:

- A. 1 B. 4 C. 2 D. 0

5p 6. Dacă aria unui pătrat este egală cu 16 cm^2 atunci perimetrul pătratului este:

- A. 16 cm B. 32 cm C. 12 cm D. 14 cm

RECAPITULARE

- 5p** 7. Aria unui romb cu diagonalele de 8 m și 4 m este:
A. 12 cm² B. 6 cm² C. 16 cm² D. 32 cm²
- 5p** 8. O catetă a unui triunghi dreptunghic isoscel are lungimea de $12\sqrt{2}$ cm. Lungimea ipotenuzei este:
A. 12 cm B. 24 cm C. $24\sqrt{2}$ cm D. 144 cm
- 5p** 9. Pe laturile (AB) și (AC) ale unui triunghi ABC se consideră punctele D, respectiv E astfel încât $DE \parallel BC$, $AB = 40$ cm, $AD = 8$ cm, $AE = 5$ cm și $DE = 7$ cm. Perimetrul triunghiului ABC este egal cu:
A. 72 cm B. 75 cm C. 80 cm D. 100 cm

PARTEA a II-a

La următoarele probleme se cer rezolvări complete. (45 de puncte)

10p 1. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația: $\frac{x-3}{3} - \frac{x}{2} = 6$.

2. Se consideră numerele reale $a = \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2+\sqrt{5})^2}$ și $b = \sqrt{5}$.

10p a) Arătați că $a = 2\sqrt{5}$.

5p b) Calculați media geometrică a numerelor a și b .

3. În triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$, AD este înălțime și AM este mediană, unde $M \in (BC)$ și $D \in (BM)$. Știind că $AM = 6$ cm și $m(\sphericalangle DCA) = 30^\circ$, determinați:

7p a) măsurile unghiurilor ascuțite ale triunghiului ADM;

7p b) perimetrul triunghiului ABC;

6p c) aria triunghiului ABC, rotunjită la cel mai apropiat număr întreg.

Test de evaluare inițială 2

- Pentru rezolvarea corectă a tuturor cerințelor din Partea I și din Partea a II-a se acordă 90 de puncte. Din oficiu se acordă 10 puncte.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 50 minute.

Partea I

Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. (45 de puncte)

5p 1. Dintre numerele $2,(67)$; $2,6(7)$; $2,67$ și $2,6598$ mai mare este:
 A. $2,(67)$ B. $2,6(7)$ C. $2,67$ D. $2,6598$

5p 2. Numărul $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ aparține mulțimii:

A. \mathbb{N} B. $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ C. \mathbb{Z} D. \mathbb{Q}

5p 3. Numărul $(\sqrt{2} - \sqrt{18}) \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2})$ este egal cu:

A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $+6$ D. -4

5p 4. Un punct din plan are coordonatele $(\sqrt{8}; 2\sqrt{3})$. Pătratul abscisei punctului este:

A. 12 B. 8 C. 6 D. 4

5p 5. Soluția naturală a ecuației $x^2 = 144$ este:

A. 11 B. 14 C. 12 D. -12

5p 6. Paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle A) = 2m(\sphericalangle B)$ are măsura unghiului B egală cu:

A. 90° B. 30° C. 60° D. 45°

5p 7. Linia mijlocie a trapezului cu bazele de 6 și 8 cm este egală cu:

A. 5 cm B. 7 cm C. 6 cm D. 8 cm